الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي
ثانوية بوشوشة - المختلطة -

المستوى : السنة الثالثة
علوم تجريبية
السنة الدراسية 2021 / 2022

اختبار البكالوريا التجريبي في مادة: : الرياضيات — المدة :3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال من الاسئلة جواب واحد صحيح فقط حدده مع التعليل:

1) الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - \frac{2}{e^x+1}$ هي دالة:

أ) فردية — ب) زوجية — ج) ليست زوجية وليست فردية

2) حل المعادلة التفاضلية: $y' - \ln 3y - \ln 27 = 0$ والذي يحقق $y(0) = 6$ هو

أ) $y(x) = e^x - \ln 3$ — ب) $y(x) = 3^{x+2} - 3$ — ج) $y(x) = 9e^x - 3$

3) A و B حدثان مستقلان و $P(A) = 0.2$ و $P(A \cup B) = 0.35$ ، احتمال الحدث B هو :

أ) $P(B) = 0.15$ — ب) $P(B) = 0.1875$ — ج) $P(B) = 0.125$

4) (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{2}{x}(1 + \ln x)dx$

نضع: $S = U_0 + U_1 + \cdots + U_{36}$ قيمة Sهي.

أ) $S = 2022$ — ب) $S = 1444$ — ج) $S = 1443$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1) أدرس تغيّرات الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $f(x) - x = 0$.

3) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $[1; \sqrt{3}]$ فإنّ: $f(x) \in [1; \sqrt{3}]$.

II. (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$.

1) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $1 \leqslant U_n \leqslant \sqrt{3}$

ب) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (U_n) ، ثمّ استنتج أنها متقاربة وأحسب نهايتها.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $V_n = \dfrac{(U_n)^2}{3 - (U_n)^2}$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) أكتب V_n بدلالة n ، ثمّ استنتج U_n بدلالة n وأحسب نهاية (U_n) مجددا.

3) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n : $S_n = \frac{1}{V_0} + \frac{1}{V_1} + \cdots + \frac{1}{V_n}$ و $S'_n = \frac{1}{(U_0)^2} + \frac{1}{(U_1)^2} + \cdots + \frac{1}{(U_n)^2}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كريات لا نفرق بينها باللّمس ، كريتان تحملان الرقم: 0 و أربع كريات تحمل الرقم :2 وكرية تحمل الرقم: 1 وكرية تحمل الرقم: 4.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق.

نعتبر الحدثين:

A : "الكريات المسحوبة مجموع أرقامها يساوي 6".

B: "الكريات المسحوبة جداء أرقامها يساوي 8"

1) أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ احتمالي الحدثين A و B على الترتيب.

2) أحسب $P(A\cap B)$ ، هل الحدثين A و B مستقلان؟. برّر إجابتك.

3) استنتج $P_A(B)$ ، ثمّ $P(\overline{A\cap B})$.

4) ليكن المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب جداء أرقام الكريات المسحوبة.

أ) عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي.

ب) أحسب $P\left(\frac{X^2-16}{X}>0\right)$.

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{(1+\ln x)^2}{x}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ وبيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، ثمّ فسر النتائج المتحصل عليها بيانيا.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{(1+\ln x)(1-\ln x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

ج) أكتب معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

3) g الدالة العددية المعرّفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=1-x+\ln x$.

أ) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g ، واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

ب) برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$: $1+x+\ln x>0$.

ج) إستنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (T).

4) أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (T).

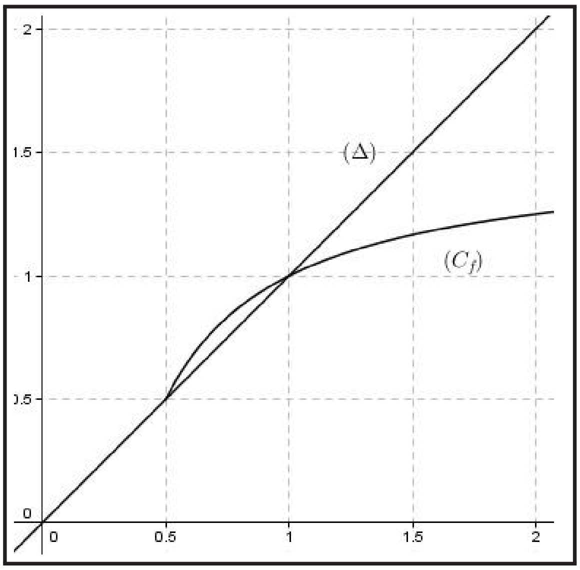
5) m وسيط حقيقي موجب ، ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $\ln x=\sqrt{mx}-1$.

6) أحسب مساحة الحيّز المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=x$ ، $x=1$ و $x=e$.

إنتهى الموضوع الأوّل

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)



f الدالة المعرّفة على المجال $I = [\frac{1}{2}; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{3x-1}{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ و (Δ) مستقيم ذو المعادلة $y = x$. **(كما في الشكل المقابل)**

(U_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الاول $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$.

1) أنقل الشكل المقابل، مثّل دون حساب على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 مبرزا خطوط الإنشاء.

2) خمّن اتجاه تغيّر المتتالية (U_n) وتقاربها.

3) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n > 1$.

4) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية (U_n) ، ماذا تستنتج؟.

5) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} - 1 \leqslant \frac{1}{2}(U_n - 1)$.

ب) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n - 1 \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثمّ استنتج نهاية المتتالية (U_n).

6) (V_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \frac{U_n - 1}{2U_n - 1}$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدهّا الأوّل.

ب) أكتب عبارة U_n بدلالة n.

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = \frac{V_0 - 1}{U_0} + \frac{V_1 - 1}{U_1} + \cdots\cdots + \frac{V_n - 1}{U_n}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال من الاسئلة جواب واحد صحيح فقط حدّده مع التعليل:

1) منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x) = 3x + \dfrac{e^{-x} - 2}{e^{-x} - 1}$ يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ معادلته:

أ) $y = 3x$ ب) $y = 3x + 1$ ج) $y = 3x + 2$

2) نعتبر العدد الحقيقي $A(\lambda) = \displaystyle\int_1^\lambda x \ln x dx$ حيث $\lambda > 1$ ، علما أن الدالة: $x \mapsto \dfrac{x^2}{2}\left[\ln x - \dfrac{1}{2}\right]$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto x \ln x$ ، قيمة λ التي من أجلها $A(\lambda) = \dfrac{1}{4}$ هي:

أ) $\lambda = e^{-1}$ ب) $\lambda = \sqrt{e}$ ج) $\lambda = 2e$

3) المعادلة: $\log(11x^2 - 6x + 5) = \log(x^2) + 1$ تقبل حلان في $\mathbb{R}$ هما:

أ) $S = \{1; -5\}$ ب) $S = \{1; 5\}$ ج) $S = \{-1; -5\}$

4) المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n = 2 - 3\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ هي متتالية

أ) متزايدة تماما ب) متناقصة تماما ج) ليست رتيبة

التمرين الثالث: (04 نقاط)

وحدة إنتاجية يسيرها 20 عامل منهم 8 نساء و 12 رجال ، من بينهم العامل " مراد ".

1) يريد العمال تشكيل لجنة مؤلفة من ثلاثة عمال. ، أحسب احتمال كل حدث من الحوادث الآتية:

A: " أعضاء اللجنة نساء". B: " اللجنة تضم على الأكثر إمرأة ". C: "اللجنة تضم على الأقل إمرأة ".

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة مشكلة ، عدد الرجال الموجودين فيها.

أ) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب $E(X)$ أمله الرياضياتي.

ب) أحسب $P(X^2 - 2X \leqslant 0)$.

3) يريد العمال تشكيل لجنة مؤلفة من رئيس، نائب و كاتب ، أحسب احتمال كل حدث من الحوادث الآتية :

D: "رئيس اللجنة من الرجال ". E: " رئيس ونائب اللجنة من نفس الجنس ".

F: "العامل " مراد " موجود في اللجنة ".

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2x+1)e^{-x} + 1$.

1) أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0.74; -0.73[$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (-2x-3)e^{-x} + x$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}\,; \vec{j}\,)$

1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل المنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) بيّن أنّ : $f(\alpha) = \alpha + 1 + \dfrac{2}{2\alpha+1}$ ، ثمّ عيّن حصرا للعدد $f(\alpha)$. (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

5) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف ω يطلب تعيين إحداثييها.

6) أنشئ كلاّ من (Δ) و (C_f). (يعطى $f(-1.65) \approx 0$ و $f(1.4) \approx 0$).

7) أ) عيّن العددين a و b حتّى تكون الدالة $H(x) = (ax+b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h(x) = (-2x-3)e^{-x}$.

ب) أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيّز من المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \lambda$ (حيث λ عدد حقيقي موجب تماما).

جـ) أحسب: $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.

إنتهى الموضوع الثّاني